

高效的基于数据与模型的信道估计算法

梅锴¹, 赵海涛¹, 刘潇然¹, 刘军¹, 熊俊¹, 任保全², 魏急波¹

(1. 国防科技大学电子科学学院, 湖南 长沙 410073; 2. 军事科学院系统工程研究院, 北京 100076)

摘要: 针对正交频分复用 (OFDM) 系统, 提出一种新型的数据与模型联合驱动下的信道估计算法。该算法结合一种可在线训练的低复杂度学习型估计方法与线性最小均方误差 (LMMSE) 估计, 既赋予信道估计器通过在线训练提升了估计性能的能力, 又借助模型解决了在线生成训练数据会造成额外导频开销的问题, 提升了系统效率。仿真结果表明, 所提算法在低信噪比下的性能和对实际非理想因素的适应性等方面优于传统信道估计算法。

关键词: 机器学习; 数据与模型联合驱动; 正交频分复用系统; 信道估计

中图分类号: TN929.5

文献标志码: A

DOI: 10.11959/j.issn.1000-436x.2022019

Efficient model-and-data based channel estimation algorithm

MEI Kai¹, ZHAO Haitao¹, LIU Xiaoran¹, LIU Jun¹, XIONG Jun¹, REN Baoquan², WEI Jibo¹

1. College of Electronic Science and Technology, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China

2. Institute of Systems Engineering, Military Academy of Sciences, Beijing 100076, China

Abstract: For orthogonal frequency division multiplexing (OFDM) systems, a hybrid model and data driven channel estimation algorithm was proposed. Combined with two existing channel estimation methods, including a low complex learning-based channel estimation method and the linear minimum mean square error (LMMSE) channel estimation, the estimator with the ability was facilitated to employ online training to improve estimation performance. Meanwhile, the pilot overhead consumed by generating online training data was saved due to the use of the model-based method in the proposed algorithm, which improved the spectrum efficiency. The simulation results demonstrate that the proposed algorithm has better performance under low signal-to-noise ratio (SNR) and better adaptation to practical imperfections compared with conventional channel estimation methods.

Keywords: machine learning, hybrid model and data driven, OFDM, channel estimation

0 引言

近年来, 机器学习技术的研究取得了进展, 相关前沿技术成功应用到了语音识别、图像识别、自然语言处理以及机器视觉等领域^[1]。这也激起了在无线通信系统中应用机器技术的研究热潮。机器学习获得广泛关注的重要原因之一是它具有

强大的数据挖掘能力。具体而言, 它通过在大规模数据集上训练神经网络, 以挖掘出数据中的潜在规律, 从而完成复杂任务。目前, 大多数研究也是利用机器学习技术的这一特性, 突破无线通信系统中的瓶颈问题。其中, 一些研究提出用深度神经网络 (DNN, deep neural network) 来代替无线收发机系统的物理层中的某一个模块, 比如

收稿日期: 2021-11-01; 修回日期: 2022-01-05

通信作者: 魏急波, wjbhw@nudt.edu.cn

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No.61931020, No.62101569, No.U19B2024, No.62171449, No.62001483); 湖南省科技创新计划基金资助项目 (No.2020RC2045)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (No.61931020, No.62101569, No.U19B2024, No.62171449, No.62001483), The Science and Technology Innovation Program of Hunan Province (No.2020RC2045)

数据检测^[2]、信道估计^[3-5]、信道译码^[6]等,甚至是完全打破传统的无线通信系统结构,将收发机分别用一个神经网络实现^[7-8]。

这类方法将神经网络视为黑盒子,依靠大规模训练数据集赋予神经网络所需的功能。这在一定程度上简化了工程师需要承担的工作,并且在模型难以精确描述系统的复杂场景下,其取得的性能可超越经典基于模型的算法中的最优方案。然而,这类方法也存在几点固有的局限性^[9]。首先是训练问题。目前,在通信领域还没有用于训练和测试的标准化数据集。此外,网络需要预先进行离线训练再使用。在使用过程中,网络的参数不能再进行调整,因此难以应对动态变化的无线通信环境。再者是可解释性。现在并没有一种系统的方式来理解深度学习方法成功与否背后的原因。这导致很难再进一步改进基于深度学习(DL, deep learning)的算法。最后是基于深度学习的方法需要消耗大量计算资源以及存储资源,在目前大多数通信设备中都难以直接应用。

不同于图像识别等机器学习成功应用的领域,通信系统设计有坚实的理论作为支撑,并且无线通信技术已历经几十年发展,现有基于模型的解决方案有着很好的性能。因此,一些研究通过结合 2 种方法各自的优势对现有系统进行改进,设计更具实践价值的算法。这类方法称为基于混合数据与模型的方法,或者数据与模型联合驱动下的方法^[9]。现有相关研究可以粗略地分为 2 种:模型驱动的机器学习方法^[4,10-11]和增强模型的学习方法^[9]。

模型驱动的机器学习方法的基本思路是将通信系统的领域知识集成到神经网络,建立模型驱动的深度学习框架。这样的设计范式不依赖于准确的模型假设,而是利用数据来提升性能。同时,获得了一些模型带来的优势,比如降低训练所需的数据量。然而,这类方法依然面临着训练与可解释性方面的问题。

增强模型的学习方法的基本思路是利用数据训练一个自适应的信道模型,然后直接通过训练好的模型设计算法。这类方法不是利用数据直接去修正或者训练一个算法,而是利用数据从备选模型中选出一个符合当前真实环境的模型来完成模型的修正。该方法与模型驱动的机器学习方法的显著差别在于训练过程中,通过修正模型所学到的是模型

参数,这些参数是有具体的物理意义的。这样可以带来几点好处:1) 基于有具体的物理意义的参数进行设计,使算法具有理论解释;2) 在基于修正模型设计算法时,由于存在闭合表达式,不再需要训练数据,可以在线完成算法设计,因此,可以适应动态变化的无线通信环境;3) 相比基于数据的网络,待学习的参数被极大地降低,这样模型修正所需要的数据在实际系统中是可以保证的。然而,这类方法不具备无模型特性带来的优势。当备选模型都不符合当前真实信道环境时,这类方法仍存在由模型失配带来的问题。

上述 2 种基于混合模型与数据的方法分别以基于模型的方法或者基于数据的方法为侧重点,从最终的算法特性上看,很大程度上会与其中一种方法保持一致,所以会保留其中一种方法的局限性。本文探索一种更为折中的设计范式,更深层次地融合 2 种方法,从而得到一种具有全新特性的算法。本文基于文献[12]提出的信道估计方法进一步融合基于模型的方法设计信道估计算法。文献[12]针对目前常用通信体制的基础单元——正交频分复用(OFDM, orthogonal frequency division multiplexing)系统,提出了一种可在线训练的学习型估计器。由于该方法采用在线训练的模式,因此可以适应动态无线通信环境。此外,学习模块采用线性结构,计算复杂度低,并且便于从理论上解释其成功实现信道估计的原因^[13]。在该方法中,训练数据的生成依赖于块状导频,即一个 OFDM 符号内所有子载波都传输导频信号。通常,在基于数据的方法中,训练数据仅用于训练,不能用于完成最终的任务,所以发送块状导频仅仅是为了对估计器进行训练。而在经典的估计方法中,利用块状导频本身就可以完成信道估计任务。因此,本文进一步借助基于模型的方法,以数据与模型联合驱动的方式,实现对训练数据的高效使用。具体而言,在用块状导频生成训练数据进行训练后,直接将训练结果用于块状导频上的信道估计任务,以提升系统效率。

本文主要的研究工作如下。

1) 针对采用块状导频的 OFDM 系统,提出一种数据与模型联合驱动下的信道估计算法。该算法利用训练数据获得了比传统信道估计算法更好的性能,同时利用模型使训练数据可用于完成信道估计任务,避免了因生成训练数据所导致的系

统效率的损失。首先利用块状导频基于最小二乘 (LS, least square) 估计获得信道频率响应的初始估计结果, 然后通过滤波处理抑制 LS 估计结果中的噪声, 从而提升估计精度。其中, 滤波器的系数以数据与模型联合驱动的方式获取, 主要包含 2 个步骤: 以基于数据的方法获取插值系数和以基于模型的方法利用插值系数解析地求解滤波器系数。

2) 基于文献[12]提出的方法, 设计了基于数据的插值系数获取方案。文献[12]构造了一种可在线获取的训练数据结构, 并提出基于该训练数据学得具备信道估计功能的线性模型。事实上, 该线性模型属于一种插值器, 而线性模型的系数即插值系数。本文对该方法进行了扩展, 设计了可通过训练获取插值系数的算法的一般形式, 以求得求解滤波器系数所需的插值系数。

3) 在最小均方误差 (MMSE, minimum mean square error) 准则下, 推导了一种滤波系数展开为插值系数表示的解析关系, 使基于数据所获取的学习结果, 即插值系数, 能够用于实现滤波功能, 完成信道估计任务。这使块状导频不仅可用于生成训练数据, 还可用于实现信道估计, 从而实现了训练数据的高效使用, 提升了系统效率。

4) 本文对本文算法的可行性与复杂度进行了分析。此外, 基于 OFDM 系统进行了仿真实验, 仿真结果验证了本文算法的性能、稳健性以及与实际非理想因素的适应性。

1 系统模型与问题描述

OFDM 系统结构如图 1 所示。令 $\mathbf{x} = [x_1, \dots, x_k]^T$ 表示经过调制的发送信号, $\mathbf{y} = [y_1, \dots, y_k]^T$ 表示频域接收信号, 上标 T 表示转置。假设接收机的时频同步准确, 第 k 个子载波上的接收信号可表示为

$$y_k = h_k x_k + z_k \quad (1)$$

其中, z_k 为高斯白噪声; h_k 为第 k 个子载波上的频率响应, 通常假设 h_k 为平稳随机变量且服从零均值复高斯分布。令 $\mathbf{h} = [h_1, \dots, h_k]^T$ 表示信道频率响应; $r(\Delta)$ 表示信道的自相关系数, 即 $r(\Delta) = \mathbb{E}[h_{k+\Delta} h_k^*]$, 其中 $\mathbb{E}[\cdot]$ 表示求解期望, 上标*表示共轭操作。不失一般性地, 本文假设信道响应功率为 1, 即 $r(0) = 1$ 。

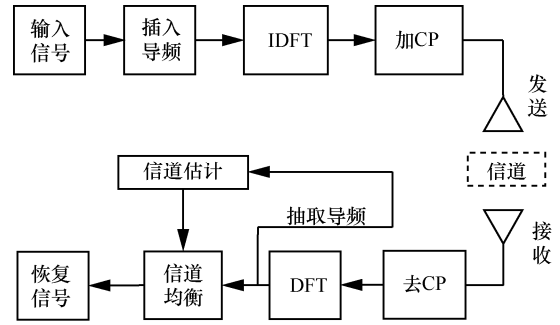


图1 OFDM 系统结构

文献[12]针对 OFDM 系统提出了一种学习型信道估计方法。该方法可以在线收集训练数据, 并实时地快速地完成训练, 这有助于通信系统的智能化发展^[14]。本文首先对该方法进行简要介绍。考虑学习模块的输入维度为 2, 输出维度为 1, 则学习模块可表示为

$$\bar{g}_2 = \boldsymbol{\omega}^T \hat{\mathbf{g}}_{1,3} \quad (2)$$

其中, $\hat{\mathbf{g}}_{1,3} = [\hat{g}_1, \hat{g}_3]^T$ 为输入向量, 表示导频位置信道响应的最小二乘 (LS, least square) 估计^[15]; \bar{g}_2 为相邻导频中间数据位置的信道响应的估计结果; $\boldsymbol{\omega}$ 为 2 维向量, 包含连接输出与输入 \hat{g}_1 和 \hat{g}_3 的 2 个权重系数。上述场景对应采用梳状导频的 OFDM, 且导频间隔为 2, 即相邻导频子载波间只包含一个数据子载波。式(2)实现的功能是用相邻位置的信道估计通过插值得出信道响应的值, 所以学习模块可以视为一种插值器^[16], 本文称 $\boldsymbol{\omega}$ 为插值系数。

由式(2)可以看出, 学习模块的输出是输入的线性组合, 或者叫加权和。这不同于很多现有的基于机器学习的信道估计方案, 在现有方案中, 输出通常是输入的非线性映射。相反, 上述方案与大多数基于模型的信道估计方法在结构上是一致的, 因为许多经典的信道估计方法都可以表示为式(2)的形式^[17]。由于结构与经典算法是一致的, 这使上述基于机器学习 (或者基于数据) 的方法便于与经典的基于模型的算法相结合。

在上述方法中, 为通过训练获得插值系数 $\boldsymbol{\omega}$, 需要发送一个额外的块状导频符号, 即一个 OFDM 符号中所有的子载波都传输导频信号。首先, 利用块状导频基于 LS 估计算法获得信道的频率响应, 如式(3)所示。

$$\hat{h}_{k_LS} = \frac{y_k}{x_k} \quad (3)$$

令 $\hat{\mathbf{h}} = [\hat{h}_{1_LS}, \dots, \hat{h}_{K_LS}]$ 为信道频率响应 \mathbf{h} 的 LS

估计结果, \mathcal{T} 为由 $\hat{\mathbf{h}}$ 产生的训练数据的集合, 简称为训练集, 有

$$\mathcal{T} = \left\{ \left(\hat{\mathbf{g}}_{1,3}(1), \hat{\mathbf{g}}_2(1) \right), \dots, \left(\hat{\mathbf{g}}_{1,3}(n), \hat{\mathbf{g}}_2(n) \right), \dots, \left(\hat{\mathbf{g}}_{1,3}(N), \hat{\mathbf{g}}_2(N) \right) \right\} \quad (4)$$

其中, $(\hat{\mathbf{g}}_{1,3}(n), \hat{\mathbf{g}}_2(n))$ 表示第 n 组训练数据, 其元素均来自 $\hat{\mathbf{h}}$, 训练数据的具体生成方式以及如何训练参考文献[12]。基于训练数据 \mathcal{T} 通过训练可以得到经过优化的系数 $\boldsymbol{\omega}$ 。在完成训练后, 当有新的数据输入学习模块, 即不包含于 $\hat{\mathbf{h}}$ 中但与之同分布的 $\hat{\mathbf{g}}_{1,3}$, 学习模块会输出关于 \mathbf{g}_2 的估计 $\bar{\mathbf{g}}_2$ 。

在上述方法中, $\hat{\mathbf{h}}$ 只用于产生训练数据, 而最终任务在新的数据上完成。在实际系统中, 数据的获取需要付出一定代价。仅仅为了训练而生成 $\hat{\mathbf{h}}$ 会导致损失掉一定的系统效率。具体而言, 在 OFDM 系统中, 用块状导频获取的 $\hat{\mathbf{h}}$ 本可用于估计信道频域响应, 但在文献[12]提出的方法中仅用于训练估计器, 没有利用这部分数据实现信道估计任务。

本文进一步尝试用 $\hat{\mathbf{h}}$ 产生训练数据完成学习后, 将学习结果用于抑制 $\hat{\mathbf{h}}$ 上的噪声, 完成信道估计。由此, 训练数据的生成不再造成额外的导频开销, 从而提升系统效率。

当处理 $\hat{\mathbf{h}}$ 时, 学习模块需要实现滤波功能, 其输入和输出将不同于上述所实现的插值器。以输入维度为 3、输出维度为 1 的场景为例。此时, 输入为 $\{\hat{\mathbf{g}}_1, \hat{\mathbf{g}}_2, \hat{\mathbf{g}}_3\}$, 它表示 $\hat{\mathbf{h}}$ 中的连续 3 个元素, 注意不只是前 3 个元素; 输出为 $\{\mathbf{g}_1, \mathbf{g}_2, \mathbf{g}_3\}$ 中某一个元素的估计, 不失一般性地, 将输出定为 \mathbf{g}_1 的估计, 记为 $\bar{\mathbf{g}}_1$ 。通常, $\bar{\mathbf{g}}_1$ 的估计性能会优于 $\hat{\mathbf{g}}_1$, 通过不断平移输入的向量, 即陆续输入 $\{\hat{h}_1, \hat{h}_2, \hat{h}_3\}$, $\{\hat{h}_2, \hat{h}_3, \hat{h}_4\}$, \dots , 将会陆续输出关于 h_1, h_2, \dots 的估计, 从而实现 $\hat{\mathbf{h}}$ 的滤波处理, 得到关于 \mathbf{h} 更高精度的估计 $\bar{\mathbf{h}}$ 。

记输入向量为 $\hat{\mathbf{g}} = [\hat{\mathbf{g}}_1, \hat{\mathbf{g}}_2, \hat{\mathbf{g}}_3]^T$, 学习模块可表示为

$$\bar{\mathbf{g}}_1 = \mathbf{w}^T \hat{\mathbf{g}} \quad (5)$$

其中, $\mathbf{w} = [w_1, w_2, w_3]^T$ 为 3 维向量, 包含连接输出与输入的 3 个权系数, 在本文中称 \mathbf{w} 为滤波系数。

用于处理 $\hat{\mathbf{h}}$ 所需的滤波系数 \mathbf{w} 与文献[12]中的方法可以学得的插值系数 $\boldsymbol{\omega}$ 存在差异。考虑根据文

献[12]中的训练数据构造方法, 利用 $\hat{\mathbf{h}}$ 产生学习 \mathbf{w} 所需的训练数据。此时, 训练数据的输入为 $\{\hat{\mathbf{g}}_1, \hat{\mathbf{g}}_2, \hat{\mathbf{g}}_3\}$, 标签为 $\hat{\mathbf{g}}_1$ 。文献[12]中推导训练数据可用性时, 一个重要条件是标签中的噪声与输入数据不相关, 这样随着数据量的增加, 噪声的影响会逐渐减小。然而, 输入数据 $\{\hat{\mathbf{g}}_1, \hat{\mathbf{g}}_2, \hat{\mathbf{g}}_3\}$ 与标签 $\hat{\mathbf{g}}_1$ 包含了相同元素。此时, 标签中的噪声与输入将不再独立, 这违背了训练数据可用性的前提条件。因此, 无法直接使用文献[12]中的方法得到系数 \mathbf{w} 。换言之, 采用文献[12]中的方法可以学得插值系数 $\boldsymbol{\omega}$, 但不能学得滤波系数 \mathbf{w} 。

从另一个角度讲, 上述过程也违背了机器学习的一般流程。在一个机器学习任务中, 训练数据通常只用于用来优化学习模块参数, 任务是在后续新的数据上完成的。上述过程是要实现在利用 $\hat{\mathbf{h}}$ 生成训练数据并学得滤波系数 \mathbf{w} 后, 又直接将学得的 \mathbf{w} 用于处理 $\hat{\mathbf{h}}$ 得到更高精度的估计 $\bar{\mathbf{h}}$ 。这意味着训练数据不仅用于优化学习模块参数, 还要完成最终任务, 这在通常的机器学习方法中是不可实现的。因此, 仅凭借文献[12]中的方法无法完成上述设计目标。

本文考虑在文献[12]的方法基础上, 进一步借助基于模型的方法来实现上述目标。采用基于模型的方法推导出滤波系数展开为插值系数的表达式, 其中, 插值系数用文献[12]的方法以基于数据的方式得到。这样以数据与模型联合驱动的方式可以实现通过训练优化信道估计, 同时训练过程不会造成额外数据消耗。

2 算法设计

2.1 基于模型部分的算法

在现有基于模型的方法中, 有多种计算滤波系数、插值系数的方式。众所周知, 其中的最优方法是 MMSE 算法^[18]。因此, 本文在 MMSE 准则下推导出滤波系数展开为插值系数的表达式, 作为基于模型部分的算法。

以滤波系数 \mathbf{w} 为例, MMSE 准则可以表示为如下优化问题

$$\mathbf{w}_{\text{MMSE}} = \arg \min_{\mathbf{w}} \mathbb{E} \left[\left| \mathbf{g}_1 - \mathbf{w}^T \hat{\mathbf{g}} \right|^2 \right] \quad (6)$$

式(6)从形式上看是线性最小均方 (LMMSE, linear MMSE) 准则, 但在本文考虑的模型下, MMSE

准则与 LMMSE 准则下的算法有相同的解析形式^[18]。推导借鉴经典的卡尔曼滤波器的推导思路^[18]。以上述滤波任务为例，在卡尔曼滤波中，为了得出 $\hat{g}_1, \hat{g}_2, \hat{g}_3$ 对 g_1 的估计，首先求解出 \hat{g}_2, \hat{g}_3 对 g_1 的 MMSE 估计，该过程称为预测。然后求解 \hat{g}_1 包含的新息，新息是指 \hat{g}_1 中与 \hat{g}_2, \hat{g}_3 不相关的那一部分，求新息的过程也称为正交化。在 \hat{g}_2, \hat{g}_3 对 g_1 的预测基础上加入新息对 g_1 的 MMSE 估计，最终得出 $\hat{g}_1, \hat{g}_2, \hat{g}_3$ 对 g_1 的 MMSE 估计。

注意到，求解出 $\hat{g}_1, \hat{g}_2, \hat{g}_3$ 对 g_1 的 MMSE 估计也就求出了滤波系数 w 的表达式，而 \hat{g}_2, \hat{g}_3 对 g_1 的 MMSE 估计对应了一种插值过程。因此，只需将新息对 g_1 的 MMSE 估计进一步用插值系数进行表示，就可以得出 MMSE 滤波系数展开为 MMSE 插值系数的解析表达式。

由 $\hat{g}_1, \hat{g}_2, \hat{g}_3$ 对 g_1 的 MMSE 估计可以展开为 \hat{g}_2, \hat{g}_3 对 g_1 的预测加上新息对 g_1 的 MMSE 估计，用公式表示为

$$w^T \hat{g} = \omega_a^T \hat{g}_{2,3} + \hat{g}_{||\hat{g}_1^\perp} \quad (7)$$

其中， ω_a 表示 $\hat{g}_{2,3}$ 估计 g_1 的 MMSE 插值系数， $\hat{g}_{2,3} = [\hat{g}_2, \hat{g}_3]^T$ ； $\hat{g}_{||\hat{g}_1^\perp}$ 表示 \hat{g}_1^\perp 对 g_1 的 MMSE 估计， \hat{g}_1^\perp 为新息。附录 1 推导了 $\hat{g}_{||\hat{g}_1^\perp}$ 的表达式，如式(8)所示。

$$\hat{g}_{||\hat{g}_1^\perp} = \frac{r(0) - r_{1,2}^H \omega_a^*}{r(0) + \sigma_n^2 - \omega_a^T r_{1,2}} \left(\hat{g}_1 - \omega_a^T \hat{g}_{2,3} \right) \quad (8)$$

其中， $r_{1,2} = [r(1), r(2)]^T$ 表示 h 的自相关向量， H 表示共轭转置， σ_n^2 表示 \hat{h} 中包含的噪声的功率。

令 b_m 为 \hat{g}_1 估计 g_{1+m} 的 MMSE 插值系数，有

$$b_m = C_{g_{1+m} \hat{g}_1} C_{\hat{g}_1 \hat{g}_1}^{-1} = \frac{r(m)}{r(0) + \sigma_n^2} \quad (9)$$

将式(9)代入式(8)中，式(8)可进一步化简为

$$\hat{g}_{||\hat{g}_1^\perp} = \frac{b_0 - \omega_b^H \omega_a^*}{1 - \omega_a^T \omega_b} \left(\hat{g}_1 - \omega_a^T \hat{g}_{2,3} \right) \quad (10)$$

其中， $\omega_b = [b_1, b_2]^T$ ， b_1 和 b_2 分别为 $m=1$ 和 $m=2$ 时 b_m 的值。将式(10)代入式(7)，可得

$$w^T \hat{g} = \frac{b_0 - \omega_b^H \omega_a^*}{1 - \omega_a^T \omega_b} \hat{g}_1 + \left(1 - \frac{b_0 - \omega_b^H \omega_a^*}{1 - \omega_a^T \omega_b} \right) \omega_a^T \hat{g}_{2,3} \quad (11)$$

在式(11)中，等式右边除 b_0 外，变量均为插值

系数。注意到，本文的目标是将滤波系数展开为插值系数，即等式右边的参数均需为插值系数。否则，等式右边的变量将不能用基于数据的方法统一求解。因此，本文用 $|b_1| = |r(1)| / (r(0) + \sigma_n^2)$ 近似替代 b_0 ，可得出由插值系数 ω_a 和 ω_b 求解 w 的公式，即

$$w_1 = \frac{|b_1| - \omega_b^H \omega_a^*}{1 - \omega_a^T \omega_b}$$

$$[w_2, w_3]^T = \left(1 - \frac{|b_1| - \omega_b^H \omega_a^*}{1 - \omega_a^T \omega_b} \right) \omega_a \quad (12)$$

至此，本文得出在 MMSE 准则下，滤波系数展开为插值系数的表达式。

基于模型部分的算法为根据式(12)，利用插值系数计算出滤波系数 w 。

2.2 基于数据部分的算法

基于第1节介绍的可在线训练的学习型信道估计方法，获取插值系数 ω_a 和 ω_b 。

为方便叙述，本文将训练数据统一表示为 $(x_1(n), \bar{y}_0(n))$ ，其中 $x_1(n)$ 为第 n 组训练数据的输入向量， $\bar{y}_0(n)$ 为对应的标签。 $\bar{y}_0(n)$ 和 $x_1(n)$ 中的元素均属于 $\{\hat{g}_1, \hat{g}_2, \hat{g}_3\}$ ，且两者不包含相同元素。

令 w 为待学习的参数，有 $y_0 = w^T x_1$ 。这样可以对不同训练数据集的训练算法做统一的阐述，也就是对 ω_a 和 ω_b 的获取算法做统一描述。

学习算法的目标是减小训练数据上的损失函数，即 $\mathcal{L}_2 = \frac{1}{N} \sum_n |w^T x_1(n) - \bar{y}_0(n)|^2$ 。学习算法为求解如下优化问题

$$w_* = \arg \min_w \sum_n |w^T x_1(n) - \bar{y}_0(n)|^2 \quad (13)$$

上述优化问题存在解析解，即

$$w_* = X_1^\dagger \bar{y}_0 \quad (14)$$

其中， $\bar{y}_0 = [\bar{y}_0(1), \dots, \bar{y}_0(N)]^T$ 表示包含标签的向量， $X_1 = [x_1(1), \dots, x_1(N)]^T$ 表示包含输入向量的矩阵， $(\cdot)^\dagger$ 表示 Moore-Penrose 伪逆操作^[19]。

式(14)即基于数据求解插值系数的方法。由于训练通过求解解析解完成，因此该训练过程总能获得最优参数。针对不同的插值系数，利用 \hat{h} ，根据文献[12]中导频辅助的训练数据生成 (PATDG, pilot aided training data generation) 方案产生相对应的训练数据。对于 ω_a ， X_1 和 \bar{y}_0 分

别为 $(K-2) \times 2$ 维矩阵和 $(K-2) \times 1$ 维向量，其具体形式为

$$\mathbf{X}_1 = \begin{bmatrix} \hat{h}_{2_LS} & \hat{h}_{3_LS} \\ \hat{h}_{3_LS} & \hat{h}_{4_LS} \\ \vdots & \vdots \\ \hat{h}_{K-1_LS} & \hat{h}_{K_LS} \end{bmatrix}$$

$$\bar{\mathbf{y}}_0 = [\hat{h}_{1_LS}, \hat{h}_{2_LS}, \dots, \hat{h}_{K-2_LS}]^T \quad (15)$$

对于 b_m ($m=1, 2$)， \mathbf{X}_1 和 $\bar{\mathbf{y}}_0$ 分别为 $(K-2) \times 1$ 维矩阵和 $(K-2) \times 1$ 维向量，其具体形式为

$$\mathbf{X}_1 = [\hat{h}_{1_LS}, \hat{h}_{2_LS}, \dots, \hat{h}_{K-2_LS}]^T$$

$$\bar{\mathbf{y}}_0 = [\hat{h}_{1+m_LS}, \hat{h}_{2+m_LS}, \dots, \hat{h}_{K-2+m_LS}]^T \quad (16)$$

2.3 算法流程

上文为了简化分析，只考虑 $\hat{\mathbf{h}}$ 中连续 3 个元素上的处理，本节首先将其扩展为更一般的形式，即连续 M 个元素，有 $\mathbf{g} = [g_1, g_2, \dots, g_M]^T$ 。相应地，设计目标可以扩展表示为输入为 $\hat{\mathbf{g}}$ ，输出为对 g_1 的估计，即

$$\bar{g}_1 = \mathbf{w}^T \hat{\mathbf{g}} \quad (17)$$

其中，系数 \mathbf{w} 为 M 维向量。

\mathbf{w} 扩展为 M 维向量后，基于模型部分的算法，即式(12)给出的滤波系数与插值系数的解析关系需要相应扩展。而基于数据部分的算法，即式(14)为一般形式，所以不需要进行修改，但式(15)和式(16)给出的训练数据集的形式需要进行扩展。

式(12)扩展后的形式为

$$w_1 = \frac{|b_1| - \omega_b^H \omega_a^*}{1 - \omega_a^T \omega_b}$$

$$[w_2, \dots, w_M]^T = \left(1 - \frac{|b_1| - \omega_b^H \omega_a^*}{1 - \omega_a^T \omega_b} \right) \omega_a \quad (18)$$

其中，插值系数 ω_a 、 ω_b 为 $M-1$ 维向量。可以看到，式(18)与式(12)的形式基本一致。这是因为在第 2.1 节基于模型部分的算法的推导中，所采用的参数的符号标记不受 \mathbf{w} 的维度的影响，因此便于对推导结果进行扩展。

为获取 ω_a ，式(14)中 \mathbf{X}_1 和 $\bar{\mathbf{y}}_0$ 的具体形式为

$$\mathbf{X}_1 = \begin{bmatrix} \hat{h}_{2_LS} & \hat{h}_{3_LS} & \dots & \hat{h}_{M_LS} \\ \hat{h}_{3_LS} & \hat{h}_{4_LS} & \dots & \hat{h}_{M+1_LS} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{h}_{K-M+1_LS} & \hat{h}_{K-M+2_LS} & \dots & \hat{h}_{K_LS} \end{bmatrix}$$

$$\bar{\mathbf{y}}_0 = [\hat{h}_{1_LS}, \hat{h}_{2_LS}, \dots, \hat{h}_{K-M+1_LS}]^T \quad (19)$$

为获取 ω_b 中的 b_m ($m=1, \dots, M-1$)，式(14)中 \mathbf{X}_1 和 $\bar{\mathbf{y}}_0$ 的具体形式为

$$\mathbf{X}_1 = [\hat{h}_{1_LS}, \hat{h}_{2_LS}, \dots, \hat{h}_{K-M+1_LS}]^T$$

$$\bar{\mathbf{y}}_0 = [\hat{h}_{1+m_LS}, \hat{h}_{2+m_LS}, \dots, \hat{h}_{K-M+1+m_LS}]^T \quad (20)$$

基于第 2.2 节介绍的基于数据的插值系数获取方法以及第 2.1 节设计的滤波系数与插值系数的解析关系，可以设计一种数据与模型融合驱动的信道估计算法，如图 2 所示。算法流程如下：首先，利用 $\hat{\mathbf{h}}$ 生成训练数据，如式(19)和式(20)所示；然后，用基于数据的方法，即式(14)，得到插值系数 ω_a 、 ω_b ，再通过基于模型的方法，即式(18)，由 ω_a 、 ω_b 求解出滤波系数 \mathbf{w} ；最后，利用得到的滤波器对 $\hat{\mathbf{h}}$ 进行处理，抑制 $\hat{\mathbf{h}}$ 中的噪声，完成整个信道估计任务。

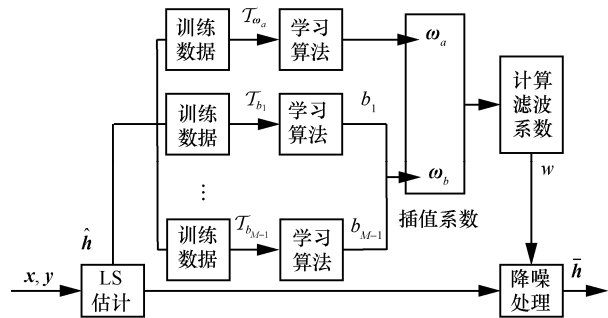


图 2 信道估计方法流程

从图 2 可以看到，不同于基于模型的方法，算法中没有用到信道的统计参数。以一种典型的基于模型的方法——MMSE 算法为例，在该算法中需要用到关于 $\hat{\mathbf{h}}$ 中包含的噪声的功率以及 \mathbf{h} 的自相关函数等信息。在实际系统中，这些关于 $\hat{\mathbf{h}}$ 的统计模型的信息是未知的，通常需要通过较为复杂的算法来获取。此外，获取参数的偏差还会带来性能损失。而本文算法中不需要用到模型参数，所以避免了上述问题。

本文算法也不同于基于数据的方法，算法中的训练数据可以直接用于完成信道估计任务。根据现有基于数据的方法（基于机器学习的方法），为学得估计器，首先需要有一个数据集，该数据集可以通过仿真离线生成的^[4]，也可以是基于块状导频生成的^[12]，在使用估计器时，又是基于新的数据，数据集的作用仅仅是用于训练。而在本文算法中，导

频信号既可以用于产生训练数据，又可以用于完成信道估计任务，从而大幅提升了数据使用的效率。

通过数据与模型融合驱动的方式，本文算法集成了基于数据的方法和基于模型的方法各自的优势。基于数据的方法使算法不需要模型参数，避免了模型参数的获取以及由于参数偏差导致的性能损失。基于模型的方法使训练数据可以用于完成最终任务，从而提升数据使用的效率。

3 性能分析

3.1 可行性分析

本节主要分析本文算法结合基于数据的方法与基于模型的方法的可行性，以及在本文算法中训练数据可被使用的原因。

文献[12]已经验证了当样本量充足时，用其提出的基于数据的方法可学得插值器，且其性能十分接近于MMSE插值。所以在样本量充足的条件下，基于数据的方法可以视为一种MMSE插值的近似实现方式。为保证基于数据部分的算法有充足的训练数据，需要 \mathbf{h} 有较高的维度，即一个OFDM符号中包含较多的子载波，如子载波数为512、1024等。此时，所提的数据与模型融合驱动下算法可视为一种针对MMSE准则的算法。具体而言，首先用基于数据的方法获得近似的MMSE插值系数，然后用MMSE准则下插值系数与滤波系数的解析关系得出近似的MMSE滤波系数。因此，本文算法可以视为一种以基于混合数据与模型的方式实现MMSE估计的算法。

值得注意的是，滤波系数 \mathbf{w} 不仅可用于处理产生训练数据的LS估计 $\hat{\mathbf{h}}$ ，也可用于处理与 $\hat{\mathbf{h}}$ 独立同分布的数据。换言之，计算得出 \mathbf{w} 后，在信道统计特性不变的情况下，可以直接用之前计算得到的 \mathbf{w} 处理本次块状导频上的LS估计结果。这受益于基于数据方法的泛化能力。从另一个角度讲，由于 \mathbf{w} 是近似的MMSE滤波系数，在信道统计特性不变的条件下，MMSE滤波系数不变，因此只用计算一次滤波系数 \mathbf{w} ，后续块状导频上的信道估计可以直接使用此次计算的 \mathbf{w} 的值。

本文算法可以使用训练数据最重要的原因在于其特殊的训练数据结构。在通常的基于数据的方法中，训练数据不会被使用的原因在于，训练数据的标签一般为输入数据所对应的理想输出。对于训练数据，由于理想输出是已知的，因此输入这部分

数据所得到的输出没有价值。因此，通常的训练数据仅用于训练，不会被再次使用。而在本文算法中，训练数据的标签是信道响应的LS估计结果，并非理想输出（准确信道响应 \mathbf{h} ）。LS估计结果对噪声功率敏感，通常需要进一步处理以抑制噪声影响，所以在理想输出未知的条件下，训练数据仍具有使用的价值。

3.2 复杂度分析

本节采用复数乘法（CM, complex multiplication）的数目来表征计算复杂度。为了简化，令 $C_{\text{pinv}}(NM^2)$ 、 $C_{\text{inv}}(M^3)$ 分别表示计算 $M \times N$ ($M < N$)矩阵广义逆和 $M \times M$ 矩阵逆的复数乘法数目。

本文算法可以分为2个步骤，即计算滤波系数 \mathbf{w} 和用 \mathbf{w} 对LS估计结果 $\hat{\mathbf{h}}$ 进行滤波处理。其中，第二个步骤包含了 MK 次复数乘法， M 和 K 分别为 \mathbf{w} 的维度和 $\hat{\mathbf{h}}$ 的维度。对于大多数方法，这个步骤的计算量是相同的，主要区别在于计算 \mathbf{w} 的复杂度。

在本文算法中，计算 \mathbf{w} 需要 $(M-1)(C_{\text{pinv}}(N)+2N+1)+C_{\text{pinv}}(N(M-1)^2)+M$ 次复数乘法，其中 N 为训练数据量。在MMSE信道估计中，计算 \mathbf{w} 需要 $C_{\text{inv}}(M^3)+M^2$ 次复数乘法。实际系统中，信道响应的相关系数和噪声功率通常是未知的，所以MMSE信道估计通常还需要额外的运算以获取其所需的统计信息。本文算法的计算复杂度比MMSE信道估计稍高，甚至与之相当。

4 仿真分析

为验证本文算法的性能，本节搭建了OFDM仿真系统，系统模型的数学表达式如式(1)所示，系统参数如表1所示。本节将通过仿真实验对本文算法的参数设置（即输入维度 M ）进行讨论，检验其稳健性与对实际非理想特性的适应性，以及与现有方法进行对比。采用如式(21)所示的归一化均方误差（NMSE, normalized mean square error）衡量信道估计的性能。

$$\text{NMSE} = \frac{\mathbb{E} \left[\|\hat{\mathbf{h}} - \mathbf{h}\|_2^2 \right]}{\mathbb{E} \left[\|\mathbf{h}\|_2^2 \right]} \quad (21)$$

在仿真中，假设一帧内的信道响应不变，而不同帧之间的信道响应相互独立。信道延迟功率谱（PDP, power delay profile）采用指数衰减谱^[15]，如

式(22)所示。

$$\Gamma(\tau) = Ce^{-\frac{\tau}{\tau_{\max}}} \quad (22)$$

其中, C 表示归一化系数, τ_{\max} 表示最大多径时延。

表 1	系统参数
参数	取值
传输带宽/MHz	8
OFDM 符号周期/ μs	125
最大多径时延/ μs	8
虚拟子载波数	102
导频符号数	1
子载波间隔/kHz	15.6
CP 时间/ μs	15.625
FFT 点数	512
帧长度	5
数据符号数	4

图 3 比较了不同输入维度下本文算法的 NMSE 性能。通常, 输入维度 M 越高, 估计性能通常越好。但在本文算法中, M 越高, 基于数据部分的算法所需的训练数据量越大。由于每个导频符号可提供的训练数据量是固定的, 因此随着 M 的增加, 所提供的训练数据将难以满足训练需求, 这将导致基于数据部分的算法性能下降, 最终导致整个信道估计性能的下降。因此, M 值的选取需要根据实际提供的训练数据量选择一个适中的值。根据式(20)易得训练数据量等于 $K - M + 1$, 其中 K 对应一个 OFDM 符号中的可用子载波数, 仿真中 $K = 410$ 。从图 3 中可以发现, 随着 M 的增加, 信道估计的性能先是逐渐提升, 但是当 $M=8$ 时, 在高信噪比下, 其性能较 $M=7$ 有所下降; 当 $M=10$ 时, 在低信噪比下, 其性能仍略有提升; 当 $M=30$ 时, 与 $M=10$ 相比, M 的增加反而导致性能有明显下降。这说明在 $K = 410$ 时, M 最优的取值是 7。 M 在趋近 7 时, 训练数据量逐渐难以满足基于数据部分算法的训练需要。再增加 M , 不仅会导致计算复杂度的增加, 还可能导致性能的降低。

图 4 进一步仿真了本文算法的 NMSE 性能随可用子载波数的变化。令信噪比 (SNR, signal to noise ratio) 为 0, 通过调整虚拟子载波数目来控制可用子载波数 K 。从图 4 中可以看到, 在 K 较小时, 本文算法的性能有明显损失, 特别是在 M 取较大值时。随着 K 的增大, 本文算法的 NMSE 逐渐下降。

对于 $M \leq 4$, 当 $K > 300$, NMSE 的下降趋于平缓, 说明此时提供的训练数据已较为充足。对于 $M \geq 5$, 当 K 接近 410 时, NMSE 的下降趋势仍较为明显, 说明一个 OFDM 导频符号所能提供的训练数据不足以满足其训练需求。在后续的仿真实验中, 为保证基于数据部分的算法的训练数据量充足, M 取较小的值 4。

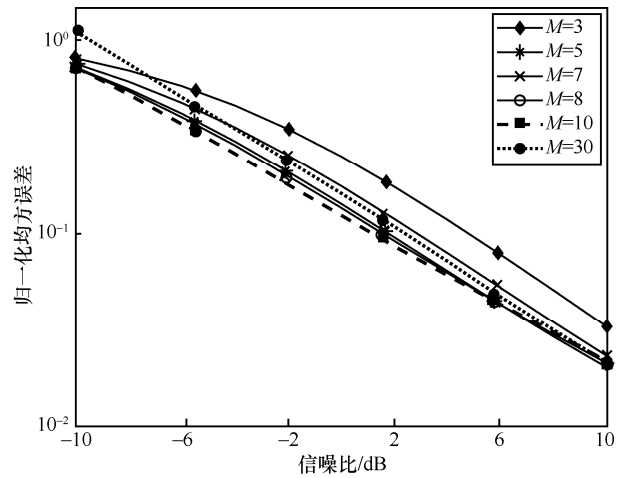


图 3 不同输入维度下本文算法的 NMSE 性能

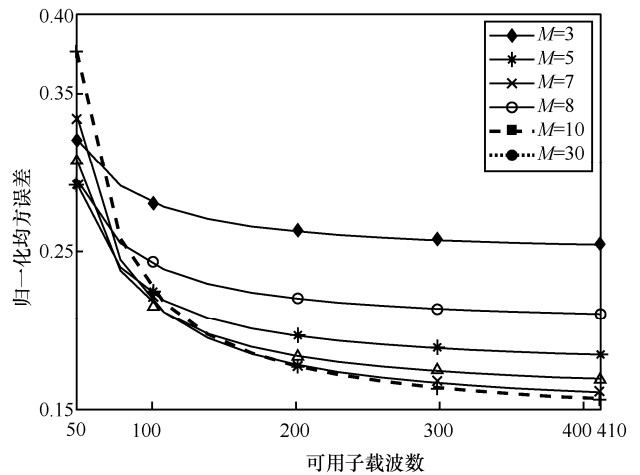


图 4 本文算法的 NMSE 性能随可用子载波数的变化

图 5 仿真了不同最大多径时延下本文算法与 LMMSE 算法的性能对比。不同最大多径时延取值表征了不同的信道环境。仿真中将本文算法与 LMMSE 算法进行对比。与本文算法相同, LMMSE 算法也使用一个块状导频符号。从图 5 可以发现, 当 SNR 在 0 左右时, 本文算法性能均十分接近 LMMSE 算法, 这说明本文算法对于信道环境有稳健性。此外, 还可以看到, 在低信噪比下, 本文算法相比 LMMSE 算法有较大的性能损失, 这是由噪声能量对基于数据部分

的算法性能的影响导致的^[12]。此外，在高信噪比下，当 $\tau_{\max} = 8 \mu\text{s}$ 时，本文算法也会产生性能损失。针对此现象，下一个仿真实验将会进行深入分析。

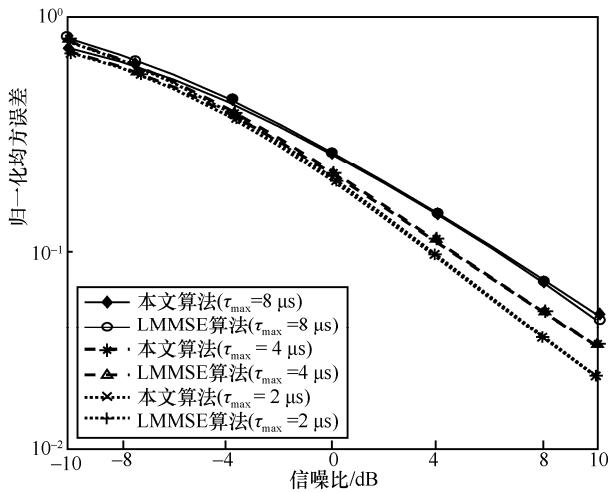


图 5 不同最大多径时延下本文算法与 LMMSE 算法的性能对比

图 6 仿真了极高信噪比下本文算法的性能。从图 6 可以看到，随着信噪比的增加，性能反而会变差，这是因为在基于模型部分的推导中，本文用参数 $|b_1|$ 近似地替换 b_0 ，如式(12)所示。该近似导致的性能损失在高信噪比下尤其明显。曲线修正算法代表的是本文算法在基于模型部分采用精确 b_0 值的性能。值得注意的是，由于 b_0 精确已知的条件在实际系统中不能满足，因此修正算法仅用作性能分析，不具备实践性。

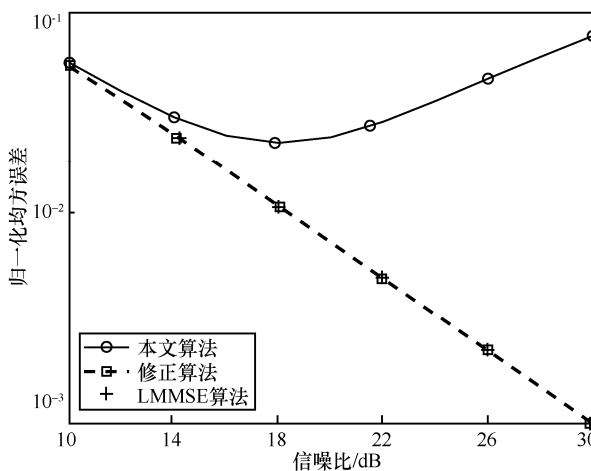


图 6 极高信噪比下本文算法的性能

从图 6 中可以看到，修正算法在极高信噪比依然十分接近于 LMMSE 算法。这表明本文算法在高信噪比下的性能损失主要是由用 $|b_1|$ 替换 b_0 的近似

操作导致的，而 b_0 又不能通过基于数据的方式获取。如何补偿该近似造成的高信噪比下的性能损失是本文算法面临的一个难题。

图 7 比较了本文算法与经典估计算法在不同信噪比下的 NMSE 性能。虽然本文算法的性能会稍微劣于理想 LMMSE 算法，但在实际系统中，信道估计的统计参数未知，需要通过估计获取。相比采用估计参数的 LMMSE 算法^[20]（估计信道统计参数利用的是同一块状导频符号），本文算法有明显的性能优势，特别是在低信噪比条件下。这是因为在低信噪比下，信道二阶统计参数的估计存在较大偏差，导致整体估计性能的恶化。而本文算法受噪声功率的影响要小很多。该仿真结果说明，当实际系统中的信噪比条件较差时，采用本文算法的系统性能将明显优于基于 LMMSE 估计原理的信道估计算法。

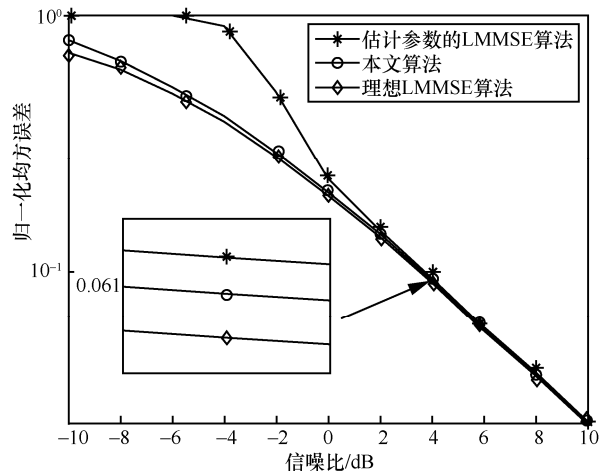


图 7 本文算法与经典估计算法在不同信噪比下的 NMSE 性能

基于数据的方法的一个重要的优势是可以适应实际非理想特性。文献[12]中的方法可以通过学习补偿实际非理想的影响。为检验本文算法是否保留了这一特性，本文仿真了存在定时误差（STO, symbol timing offset）的场景下本文算法的性能。仿真中，假设 STO 均匀分布于 $[\theta_{\min}, \dots, 0]$ 。为进一步体现信道估计对系统性能的影响，本文用误码率（BER, bit error rate）来表征信道估计性能，采用迫零均衡（ZF, zero-forcing）和硬判决来恢复信息比特。

图 8 描述了不同 θ_{\min} 取值下 3 种算法的性能对比。在该场景下，信道自相关函数会随 STO 的值变化，进而影响 LMMSE 算法的性能^[21]。因此，在不考虑 STO 的影响时，LMMSE 算法有明显的性能损

失。在修正 LMMSE 算法^[21]中, 利用 STO 的统计信息可以补偿 STO 对 LMMSE 算法造成的影响, 从而提升信道估计的性能。在本文中, 称修正 LMMSE 也为平均 LMMSE (ALMMSE, average LMMSE)。从图 8 中可以看到, 本文算法的性能仍优于 ALMMSE 算法, 并且 θ_{\min} 的取值越小 (定时误差越大), 优势越明显。这是因为基于数据部分的算法可以利用训练数据学到定时偏差并且很好地进行了补偿, 所以本文算法也可以很好地补偿 STO 产生的影响。

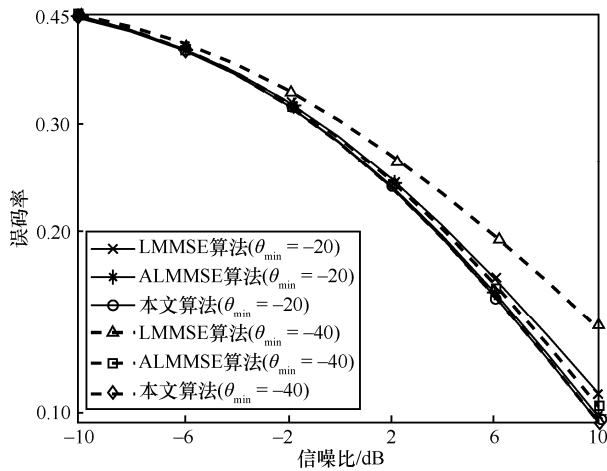


图 8 不同 θ_{\min} 取值下 3 种算法的性能对比

图 9 比较了本文算法与 2 种基于深度学习的信道估计算法的性能^[3,22]。信道条件与图 8 对应的实验相同, 且 $\theta_{\min} = -40$ 。在仿真中, 本文假设采用基于深度学习的信道估计的系统可以利用仿真数据进行离线训练 (数据量为 2×10^7), 并且除信噪比外, 训练阶段信道的统计特征与使用时一致。训练阶段的信噪比为可能的最大值^[3], 即 10 dB。卷积神经网络 (CNN, convolutional neural network) 和 DNN 的结构在原文献的基础上进行了调整, 使之与本文算法的输入与输出保持一致, 输入层和输出层维度分别为 8 和 2。CNN 的卷积核大小为 3×3 , 有 3 个卷积层, 分别包含 4、8、8 个卷积核。DNN 有 3 层, 其中隐藏层包含 20 个神经元。除输出层外, 激活函数为 ReLU, 输出层激活函数为线性函数。从图 9 中可以看到, 本文算法的性能优于 2 种基于深度学习的信道估计算法。这是因为在这 2 种算法中训练阶段和使用阶段是分离的过程, 且使用阶段不能进行训练。而本文算法结合数据与模型, 使训练阶段和使用阶段采用的是同一批数据, 从而保证了 2 个阶段的数据特征是完

全一致的。在使用阶段, 本文算法通过实时训练及时适应新的信道条件, 如信噪比的改变, 从而获得了更好的性能。

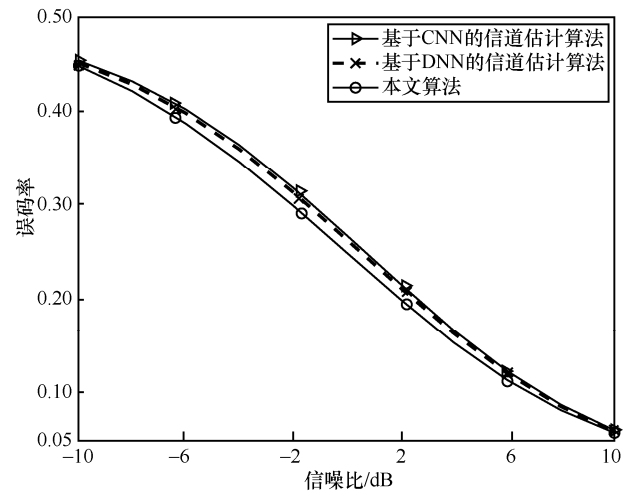


图 9 本文算法与 2 种基于深度学习的信道估计算法的性能

从上述仿真结果可以看到, 本文算法通过结合数据与模型, 弥补了数据与模型各自的不足。相比基于模型的方法, 即 LMMSE 算法, 避免了由于获取的信道统计参数的误差而导致的性能损失, 在低信噪比下性能优势尤其明显。相比基于数据的方法, 即基于深度学习的信道估计, 避免了由于训练阶段与使用阶段数据特征差异而导致的性能损失, 能够适应信道条件的变化。

5 结束语

本文设计了一种新的数据与模型融合驱动下的信道估计算法。该算法避免了基于数据的方法与基于模型的方法各自的弱点。与基于模型的方法相比, 本文算法不需要模型参数, 以及可以适应实际非理想特性。与基于数据的方法相比, 本文算法可以使用训练数据, 既不需要离线训练, 也没有因为在线产生训练数据给系统带来额外的导频消耗。为验证本文算法的性能, 本文搭建了 OFDM 仿真系统。仿真结果显示, 本文算法具有良好的稳健性以及实际信道环境的适应性, 并且在低信噪比下, 其性能明显优于实际条件下的 LMMSE 估计。

附录 1 $\hat{g}_{1|\hat{g}_1^+}$ 的表达式推导

\hat{g}_1^+ 可以通过 \hat{g}_1 对 $\hat{g}_{2,3}$ 正交化^[18]求得, 即

$$\hat{g}_1^+ = \hat{g}_1 - \hat{g}_{1|\hat{g}_{2,3}} \quad (23)$$

其中, $\hat{\mathbf{g}}_{1|\hat{\mathbf{g}}_{2,3}}$ 表示 $\hat{\mathbf{g}}_{2,3}$ 对 $\hat{\mathbf{g}}_1$ 的 MMSE 估计。

由于 $\hat{\mathbf{g}}_1 = \mathbf{g}_1 + \mathbf{n}_1$ 中的估计噪声 \mathbf{n}_1 与 $\hat{\mathbf{g}}_{2,3}$ 独立, 因此 $\hat{\mathbf{g}}_{2,3}$ 对 $\hat{\mathbf{g}}_1$ 的 MMSE 估计等于 $\hat{\mathbf{g}}_{2,3}$ 对 \mathbf{g}_1 的 MMSE 估计, 即 $\hat{\mathbf{g}}_{1|\hat{\mathbf{g}}_{2,3}} = \boldsymbol{\omega}_a^T \hat{\mathbf{g}}_{2,3}$ 。代入式(23), 有

$$\hat{\mathbf{g}}_1^\perp = \hat{\mathbf{g}}_1 - \boldsymbol{\omega}_a^T \hat{\mathbf{g}}_{2,3} \quad (24)$$

根据 MMSE 的估计公式^[18], 有

$$\hat{\mathbf{g}}_{1|\hat{\mathbf{g}}_1^\perp} = C_{\mathbf{g}_1 \hat{\mathbf{g}}_1^\perp} C_{\hat{\mathbf{g}}_1^\perp \hat{\mathbf{g}}_1^\perp}^{-1} \hat{\mathbf{g}}_1^\perp \quad (25)$$

其中, $C_{\mathbf{g}_1 \hat{\mathbf{g}}_1^\perp}$ 表示 \mathbf{g}_1 与 $\hat{\mathbf{g}}_1^\perp$ 的互相关系数, $C_{\hat{\mathbf{g}}_1^\perp \hat{\mathbf{g}}_1^\perp}$ 表示 $\hat{\mathbf{g}}_1^\perp$ 的自相关系数。

首先展开 $C_{\mathbf{g}_1 \hat{\mathbf{g}}_1^\perp}$ 与 $C_{\hat{\mathbf{g}}_1^\perp \hat{\mathbf{g}}_1^\perp}$ 的表达式

$$\begin{aligned} C_{\mathbf{g}_1 \hat{\mathbf{g}}_1^\perp} &= \mathbb{E}[\mathbf{g}_1 (\hat{\mathbf{g}}_1^\perp)^*] = \mathbb{E}[\mathbf{g}_1 (\hat{\mathbf{g}}_1 - \boldsymbol{\omega}_a^T \hat{\mathbf{g}}_{2,3})^*] = \\ &= \mathbb{E}[\mathbf{g}_1 (\mathbf{g}_1)^*] - \mathbb{E}[\mathbf{g}_1 (\hat{\mathbf{g}}_{2,3})^*] \boldsymbol{\omega}_a^* = r(0) - \mathbf{r}_{1,2}^H \boldsymbol{\omega}_a^* \end{aligned} \quad (26)$$

其中, $\mathbf{r}_{1,2} = [r(1), r(2)]^T$ 表示 2 维自相关向量。

$$\begin{aligned} C_{\hat{\mathbf{g}}_1^\perp \hat{\mathbf{g}}_1^\perp} &= \mathbb{E}[\hat{\mathbf{g}}_1^\perp (\hat{\mathbf{g}}_1^\perp)^*] = \mathbb{E}[(\hat{\mathbf{g}}_1 - \boldsymbol{\omega}_a^T \hat{\mathbf{g}}_{2,3}) (\hat{\mathbf{g}}_1 - \boldsymbol{\omega}_a^T \hat{\mathbf{g}}_{2,3})^*] = \\ &= \mathbb{E}[\hat{\mathbf{g}}_1 \hat{\mathbf{g}}_1^*] - \boldsymbol{\omega}_a^T \mathbb{E}[\hat{\mathbf{g}}_{2,3} \hat{\mathbf{g}}_1^*] = r(0) + \sigma_n^2 - \boldsymbol{\omega}_a^T \mathbf{r}_{1,2} \end{aligned} \quad (27)$$

其中, σ_n^2 为噪声的功率。

将 $C_{\mathbf{g}_1 \hat{\mathbf{g}}_1^\perp}$ 与 $C_{\hat{\mathbf{g}}_1^\perp \hat{\mathbf{g}}_1^\perp}$ 的展开形式代入式(27)中, 可得 $\hat{\mathbf{g}}_{1|\hat{\mathbf{g}}_1^\perp}$ 的表达式为

$$\hat{\mathbf{g}}_{1|\hat{\mathbf{g}}_1^\perp} = \frac{r(0) - \mathbf{r}_{1,2}^H \boldsymbol{\omega}_a^*}{r(0) + \sigma_n^2 - \boldsymbol{\omega}_a^T \mathbf{r}_{1,2}} \hat{\mathbf{g}}_1^\perp \quad (28)$$

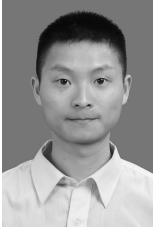
参考文献:

- [1] LIU W B, WANG Z D, LIU X H, et al. A survey of deep neural network architectures and their applications[J]. *Neurocomputing*, 2017, 234: 11-26.
- [2] FARSAD N, GOLDSMITH A. Neural network detection of data sequences in communication systems[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2018, 66(21): 5663-5678.
- [3] SOLTANI M, POURAHMADI V, MIRZAEI A, et al. Deep learning-based channel estimation[J]. *IEEE Communications Letters*, 2019, 23(4): 652-655.
- [4] NEUMANN D, WIESE T, UTSCHICK W. Learning the MMSE channel estimator[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2018, 66(11): 2905-2917.
- [5] 黄源, 何怡刚, 吴裕庭, 等. 基于深度学习的压缩感知 FDD 大规模 MIMO 系统稀疏信道估计算法[J]. *通信学报*, 2021, 42(8): 61-69.
- [6] CAMMERER S, GRUBER T, HOYDIS J, et al. Scaling deep learning-based decoding of polar codes via partitioning[C]//*Proceedings of GLOBECOM 2017 - 2017 IEEE Global Communications Conference*. Piscataway: IEEE Press, 2017: 1-6.
- [7] O'SHEA T, HOYDIS J. An introduction to deep learning for the physical layer[J]. *IEEE Transactions on Cognitive Communications and Networking*, 2017, 3(4): 563-575.
- [8] RAJ V, KALYANI S. Backpropagating through the air: deep learning at physical layer without channel models[J]. *IEEE Communications Letters*, 2018, 22(11): 2278-2281.
- [9] WANG H M, JIANG J C, WANG Y N. Model refinement learning and an example on channel estimation with universal noise model[J]. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 2021, 39(1): 31-46.
- [10] HE H T, WEN C K, JIN S, et al. A model-driven deep learning network for MIMO detection[C]//*Proceedings of 2018 IEEE Global Conference on Signal and Information Processing (GlobalSIP)*. Piscataway: IEEE Press, 2018: 584-588.
- [11] GAO X X, JIN S, WEN C K, et al. ComNet: combination of deep learning and expert knowledge in OFDM receivers[J]. *IEEE Communications Letters*, 2018, 22(12): 2627-2630.
- [12] MEI K, LIU J, ZHANG X Y, et al. A low complexity learning-based channel estimation for OFDM systems with online training[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2021, 69(10): 6722-6733.
- [13] MEI K, LIU J, ZHANG X C, et al. Performance analysis on machine learning-based channel estimation[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2021, 69(8): 5183-5193.
- [14] 尹浩, 魏急波, 赵海涛, 等. 一种面向复杂场景的无线通信节点智能适变架构[J]. *中国科学: 信息科学*, 2021, 51(2): 294-304.
- [15] YIN H, WEI J B, ZHAO H T, et al. An intelligent adaptive architecture for wireless communication in complex scenarios[J]. *Scientia Sinica (Informationis)*, 2021, 51(2): 294-304.
- [16] EDFORS O, SANDELL M, VAN DE BEEK J J, et al. OFDM channel estimation by singular value decomposition[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 1998, 46(7): 931-939.
- [17] DONG X D, LU W S, SOONG A C K. Linear interpolation in pilot symbol assisted channel estimation for OFDM[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2007, 6(5): 1910-1920.
- [18] OZDEMIR M K, ARSLAN H. Channel estimation for wireless ofdm systems[J]. *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, 2007, 9(2): 18-48.
- [19] KAY S M. *Fundamentals of statistical signal processing*[M]. New Jersey: Prentice Hall International, 1993.
- [20] LIANG N Y, HUANG G B, SARATCHANDRAN P, et al. A fast and accurate online sequential learning algorithm for feedforward networks[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2006, 17(6): 1411-1423.
- [21] SAVAUX V, LOUËT Y, DJOKO-KOUAM M, et al. Application of a joint and iterative MMSE-based estimation of SNR and frequency-selective channel for OFDM systems[J]. *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, 2013, 2013: 128.
- [22] ATHAUDAGE C R N, JAYALATH A D S. Enhanced MMSE channel

estimation using timing error statistics for wireless OFDM systems[J].
 IEEE Transactions on Broadcasting, 2004, 50(4): 369-376.

[22] ZHANG Y, DOSHI A, LISTON R, et al. DeepWiPHY: deep learning-based receiver design and dataset for IEEE 802.11ax systems[J].
 IEEE Transactions on Wireless Communications, 2021, 20(3): 1596-1611.

[作者简介]



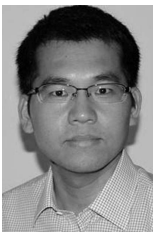
梅锴（1993-），男，四川仁寿人，国防科技大学博士生，主要研究方向为机器学习、物理层传输技术等。



刘军（1993-），男，广东广州人，国防科技大学博士生，主要研究方向为机器学习、信息理论和通信信号处理。



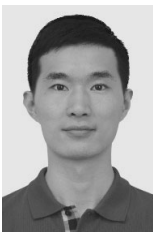
熊俊（1987-），男，江西丰城人，博士，国防科技大学副研究员，主要研究方向为协同通信、物理层安全和网络资源分配等。



赵海涛（1981-），男，山东昌乐人，博士，国防科技大学教授、博士生导师，主要研究方向为认知无线网络、自组织网络、协同通信等。



任保全（1974-），男，陕西周至人，博士，军事科学院高级工程师，主要研究方向为物联网、无线通信和移动通信网络技术。



刘潇然（1992-），男，河南洛阳人，博士，国防科技大学讲师，主要研究方向为无线通信信号处理技术、多载波波形设计和智能通信技术。



魏急波（1967-），男，湖北汉川人，博士，国防科技大学教授、博士生导师，主要研究方向为无线通信网络协议、通信信号处理、协同通信、认知无线网络等。